

DOI: 10.16285/j.rsm.2019.0249

基于应变响应包络的颗粒材料增量力学行为研究

吴祁新, 杨仲轩

(浙江大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310058)

摘 要: 砂土的力学响应具有显著的增量非线性特征, 这与离散颗粒的微观结构, 即组构特性密不可分。采用应变响应包络可以较好地获得材料在不同加载方向上的增量力学响应。在物理试验中无法同时获得同一试样在不同加载方向下的宏、微观响应, 故采用离散元方法, 对具有不同应力历史、不同应力状态和不同级配的试样在 Rendulic 平面上的增量力学响应进行了系统研究和分析。离散元模拟结果表明, 传统的塑性理论不能很好地描述具有复杂应力历史试样的增量力学响应, 而基于颗粒间接触法向的组构增量与剪应变之间在多种不同的工况条件下均具有较强的线性相关性。当砂土的相对密实度相同时, 该线性系数主要与围压的大小有关, 对颗粒级配、应力历史以及应力比的变化均不敏感。由于组构的大小可以较好地量化砂土的内结构各向异性程度, 进而表征应力历史的作用。上述模拟结果为在本构建模中引入组构演化机制, 综合反映外荷载和内结构各向异性对砂土增量本构关系的影响提供了较好的微观物理依据。

关 键 词: 离散元; 颗粒材料; 应变响应包络; 弹塑性理论; 组构演化

中图分类号: TU441

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2020) 03-0915-08

Incremental behavior of granular soils: a strain response envelope perspective

WU Qi-xin, YANG Zhong-xuan

(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China)

Abstract: The mechanical behavior of granular materials is characterized by strong nonlinearity, which is known to be directly linked to the details of the underlying microstructure of contacts, or fabric. The incremental behavior in different loading directions can be obtained by performing a series of axisymmetric stress probing on the specimens. Since the macro- and micro-scale response in different loading directions cannot be obtained experimentally on the very same specimen, discrete element method is employed in the present study, and the stress probing tests on the Rendulic plane are carried out on the specimens of different stress histories, stress states and particle size distributions (PSD). Simulation results indicate that the classic plasticity theories are unable to describe all the observed features when the specimens have different stress histories. However, a linear correlation between the deviatoric strain and the deviatoric part of the contact-normal-based fabric can be obtained. For the specimens with the same relative density, only confining pressure is found to have a significant effect on the linear factor while the linear factor seems to be insensitive to the variation of the stress ratio, stress history and PSD. Since the anisotropy of sand and therefore the impact of stress histories can be characterized by the deviatoric part of the fabric tensor, these observations would provide the necessary micro-scale physical basis for the development of elasto-plastic incremental constitutive relations of granular soils.

Keywords: discrete element method; granular materials; strain response envelope; elasto-plastic theory; fabric evolution

1 引 言

作为一种典型的多孔介质材料, 土具有显著的增量非线性力学特性。模拟土体力学响应的本构模型很多, 大都基于增量关系。Darve 等^[1]讨论了用应力增量表达应变增量的本构方程, 并根据本构矩阵

对应力增量的依赖性分为增量线性、分段增量线性以及增量非线性 3 种类型。与这 3 种类型相对应的典型本构模型分别有: 邓肯模型^[2], 修正剑桥模型^[3]和 Gudehus-Bauer 模型^[4]。为了能形象直观地描绘出土体应力增量和应变增量之间的定性关系, Gudehus^[5]提出了应力响应包络的概念。这一概念已

收稿日期: 2019-01-28

修回日期: 2019-07-29

基金项目: 国家杰出青年基金项目 (No.51825803); 国家自然科学基金项目 (No.51578499)。

This work was supported by the National Science Fund for Distinguished Young Scholars (51825803) and the National Natural Science Foundation of China (51578499).

第一作者简介: 吴祁新, 男, 1993 年生, 博士研究生, 主要从事土的基本特性及离散元数值模拟的工作。E-mail: qixin931227@zju.edu.cn

通讯作者: 杨仲轩, 男, 1975 年生, 博士, 教授, 主要从事土的本构、细观力学、海洋桩基工程方面的研究。E-mail: zxyang@zju.edu.cn

在亚塑性模型中得到广泛应用^[6]。与应力响应包络对应的应变响应包络概念也在土体本构关系的研究中得到应用^[7-8]。近几年来, 研究者们还将应变(应力)响应包络的概念运用到了分散性失稳^[9]和土体微观结构的研究中^[10]。黄文雄等^[11]借用应力响应包络的概念, 定性分析了上述各类经典的本构模型, 并指出其不足。

土体特别是砂土等颗粒材料的变形往往与颗粒的运动特性有关。颗粒的相对运动引起土体骨架发生改变, 产生宏观尺度下不可恢复的变形, 即塑性变形, 而且由这种颗粒相对移动导致的微观结构的变化通常也是不可恢复的^[12]。因此, 开展颗粒材料微观尺度的研究, 可以为土体本构模型的构建提供重要的物理依据。建立宏微观两种尺度下的对应关系是这种建模方法的核心问题, 众多学者也在该领域开展了大量研究^[13-14]。特别是近年来通过在传统模型中引入内结构(即组构)描述, 在各向异性临界状态理论框架下, 成功地模拟了土体的各向异性力学特性^[15-16]。

考虑到试验中无法同时获得同一试样在不同加载方向下的宏微观响应, 本文采用离散元模拟方法, 得到了颗粒材料在不同应力状态、应力历史和不同级配等多种不同工况条件下 Rendulic 平面内的应变响应包络曲线。模拟结果显示, 颗粒材料的增量力学响应具有明显的非线性, 传统的塑性理论不能准确反映土体在复杂应力历史下的增量特性。本文基于接触法向的组构演化规律, 发现在多种不同的工况下, 组构增量与剪应变之间均存在较强的线性相关性。由于组构增量可以很直观地量化砂土的内结构(或各向异性), 用于描述应力历史的影响, 上述模拟结果为在本构建模中引入组构演化机制, 综合反映外荷载和内结构各向异性对砂土增量本构关系的影响提供了较好的微观物理依据。

2 模型简介

本文采用离散元软件 PFC5.0^{3D}^[17]进行颗粒材料增量力学行为的数值模拟研究。在由“墙边界”限定的 10 mm×10 mm×10 mm 的立方体区域内, 随机生成 11 000 个球形颗粒, 其半径 r 在 [0.13, 0.33] mm 范围内随机分布。数值试样模型如图 1 所示。在试样达到稳定状态后, 颗粒间的摩擦系数 μ 设置为 0.3, 墙体摩擦系数设置为 0, 逐级等向压缩试样到 10 kPa。此时, 将 μ 重置为 0.5, 逐级分别等向压缩到围压等于 100、200、500 kPa。此时, 获得的 3 个试样 A、B 和 C 的初始孔隙比分别为 0.698、0.690

和 0.670。根据 Yang 等^[18]的研究结果, 通过调整试样在围压逐渐从 0 加载到 10 kPa 过程中的颗粒间摩擦系数, 可以调整其相对密实度。当 μ 分别设置为 0 和 0.5 时, 可近似得到其 10 kPa 围压下最小和最大孔隙比 $e_{\min}$ 和 $e_{\max}$, 并进一步得到其相对密实度 D_r 。由于本文中所有的试样在加载到 10 kPa 的过程中的摩擦系数均设置为 0.3, 上述 3 个不同围压下的试样具有相同的相对密实度 $D_r = 0.32$ 。为了确保试样在整个模拟过程中始终保持拟静态, 只有在最大不平衡力小于平均接触力的万分之三时, 才施加外荷载, 否则, 墙体速度被设置为 0。在目前基于离散元技术的数值模拟研究中, 接触模型主要采用线弹性接触模型和非线性的 Hertz-Mindlin 模型。采用 Hertz-Mindlin 模型模拟颗粒间接触虽然更准确, 但计算效率较低, 而采用线弹性模型已被证实可以模拟出目前观测到的砂土所有的宏观力学响应且与采用 Hertz-Mindlin 模型模拟的结果差别不大^[19-20]。Li^[20]在对三轴试验离散元数值模拟进行系统性的参数分析后指出, 只要切向刚度 k_s /法向刚度 k_n 不等于 0, k_s/k_n 的取值对试样的力学性能无显著影响。因此, 为了简便, 本文中模型采用线弹性接触本构, 墙体和颗粒的法向和切向的刚度系数均设置为 $k_n = k_s = 10^5$ N/m, 阻尼系数 β 设置为默认值 0.7。模型参数详见表 1。

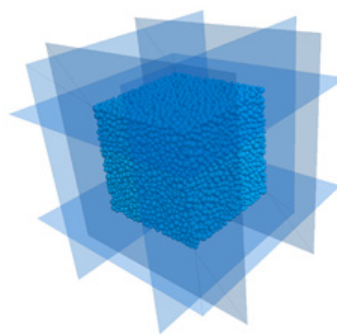


图 1 模型示意图

Fig.1 Numerical sample

表 1 模型细观参数

Table 1 Parameters of DEM simulations

颗粒密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	颗粒半径 /mm	法向刚度 $k_n/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	切向刚度 $k_s/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	摩擦系数 μ	阻尼比 β
2 600	[0.13, 0.33]	10^5	10^5	0.5	0.7

3 应变响应包络

3.1 应变响应包络概念

对某一土体单元施加不同方向单位应力增量,

可以获得相应的应变响应。应变响应数值大小反映了土体材料沿该方向的切线刚度特性。改变单位应力增量的方向，相应的应变响应不仅方向会改变，其大小也会发生变化。将应变响应在 Rendulic 平面或主应力空间中以矢量形式表达，其矢端图会形成绕当前应力点的封闭曲面，即为应变响应包络图。应变响应包络图可以理解为土体本构响应的直观几何表达。本文主要研究在轴对称应力条件下的应变响应包络特性。

假设对一土体单元施加轴对称单位应力增量 $\Delta\sigma(\Delta\sigma_x = 10 \text{ kPa}, \Delta\sigma_y = \Delta\sigma_z)$ ，其方向由应力增量在 Rendulic 平面内与 x 轴正向的夹角 $\alpha_{\Delta\sigma}(0^\circ \leq \alpha_{\Delta\sigma} \leq 360^\circ)$ 来确定。这里值得注意的是，应力增量应该足够小以代表样本的增量力学行为，同时也应该足够大以便于量测样本的力学响应，尤其是内结构的变化。本文采取和已有室内试验^[7]和数值模拟^[21]中相同的应力增量 $\|\Delta\sigma\| = 10 \text{ kPa}$ 。此外， $\alpha_{\Delta\sigma}$ 从 0° 开始，每隔 10° 便对同一试样施加应力增量。此时，在主应力空间中应力增量矢量可以表达为

$$(\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\sigma_z) = \frac{1}{2} \|\Delta\sigma\| (\sqrt{2} \cos \alpha_{\Delta\sigma}, \sqrt{2} \cos \alpha_{\Delta\sigma}, 2 \sin \alpha_{\Delta\sigma}) \quad (1)$$

式中： $\Delta\sigma_x$ 、 $\Delta\sigma_y$ 、 $\Delta\sigma_z$ 分别为 x 、 y 、 z 方向上的应力增量； $\alpha_{\Delta\sigma}$ 为应力增量在 Rendulic 平面上与 x 轴正向的夹角。

单位应力增量矢端在 Rendulic 平面内的轨迹为圆，如图 2 所示。

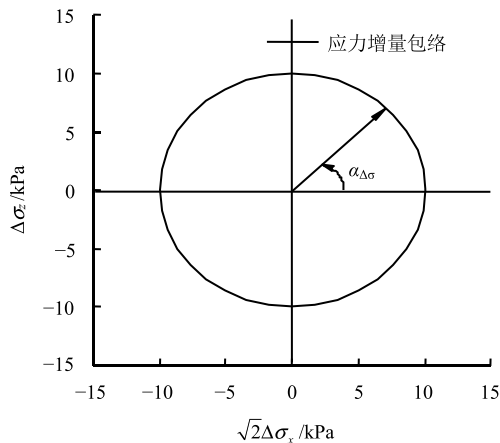


图2 应力增量示意图

Fig.2 Schematic graph of stress increments

3.2 应变响应包络模拟方法

在研究颗粒材料增量力学响应时，必须将总应变分解成弹性和塑性部分。为了能在每一次加载的

过程中得到弹性和塑性应变，本文采用了一种较为特殊的处理方法^[8]。首先，在得到总应变 ϵ 的同时，建立一个与原模型完全相同的试样，但是该试样中能量耗散机制被完全抑制，即抑制颗粒间的相对滑动。具体的处理方法是在施加应力增量过程中，设置一个相对较大的颗粒间摩擦系数（本文采用 $\mu = 30$ ），而不是在等向压缩时 $\mu = 0.5$ （见表 1）。因此，试样的能量耗散在本文的模拟中小于外力做功的万分之二，可以忽略不计，因此可以认为试样是纯弹性响应。所得到的应变响应 ϵ^e 可认为是纯弹性应变。随后，对于每一个应力增量，塑性应变响应 ϵ^p 应为总的应变与纯弹性应变 ϵ^e 之间的差值，即

$$\epsilon^p = \epsilon - \epsilon^e \quad (2)$$

4 模拟结果及讨论

4.1 试样应力状态及应力历史

为了研究应力状态对砂土的增量力学行为的影响，本文进行了多组不同围压、不同应力比、不同应力历史的试样的应变响应包络试验，具体的试样制备过程如下：取前文第 2 节获得的围压分别为 100、200、500 kPa 的试样，沿着等 p' 应力路径加载到应力比 $\eta = 0.4$ ，获得试样 A、B、C2；取围压为 500 kPa 的试样，沿着等 p' 应力路径分别加载到应力比 $\eta = 0.2$ 、0.4、0.6，分别得到试样 C1、C2、C3；取围压为 500 kPa 的试样，沿着等 p' 应力路径至轴向应变 $\epsilon_z = 3\%$ ，然后卸载到应力比 $\eta = 0.4$ ，得到试样 C4。在应变响应包络试验开始前，试样 C2 和试样 C4 的孔隙比几乎相同，分别为 0.669 和 0.667。在等 p' 加载的过程中，轴向（ z 轴方向）加载速率设置为每秒 0.02 倍的试样高度，即 0.2 mm/s，而 x 、 y 轴方向板的速度由伺服机制确定。上述所有试样在应变响应包络试验开始之前的相关信息详见表 2。试样 C1、C2、C3、C4 的应力比 η 随轴向应变 ϵ_z 的变化曲线如图 3 所示。试样 A、B 的应力比演化曲线与 C2 类似，此处不再赘述。

表 2 不同应力条件下的应变响应包络实验

Table 2 Summary of the strain response envelope tests under various stress states

编号	围压 p' /kPa	应力比 η	孔隙比 e	线性拟合系数 Ψ_1
A	100	0.4	0.695	23.67
B	200	0.4	0.688	17.30
C1	500	0.2	0.671	9.75
C2	500	0.4	0.669	10.58
C3	500	0.6	0.667	9.23
C4	500	0.4	0.667	10.44

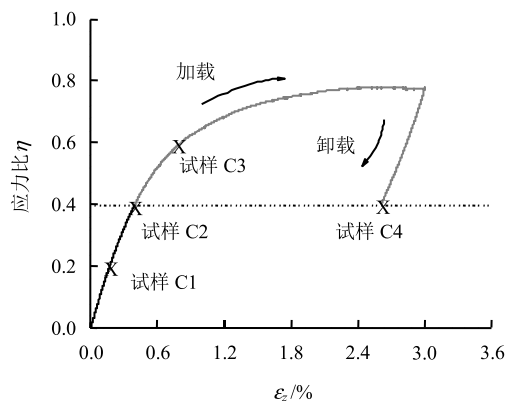


图3 试样 C1、C2、C3、C4 应力状态及应力历史
Fig.3 Stress states and stress histories of sample C1, C2, C3, C4

4.2 二阶功响应演化曲线

为了保证试样在应变响应包络试验中模拟结果的合理性, 试样应该在所有试验条件下保持稳定。本文中, 采用 Hill's criterion 判断试样是否发生失稳。

从本构理论的角度, Hill^[22]提出了一个判断固体材料是否发生失稳的准则, 被学者们称为 Hill's criterion。该准则已通过试验和数值模拟技术方法被学者们证实有效。根据 Hill's criterion, 在某一时刻, 如果二阶功 d^2W 对于所有可能的应力增量 $d\sigma'$ 和应变增量 $d\epsilon$ 均保持严格大于 0, 即 $d^2W = d\sigma' d\epsilon > 0$, 则试样保持稳定。

为了简便起见, 图 4 仅给出了试样 C2 和 C4 在应变响应包络试验中的二阶功演化曲线。从图中可以发现, 两个试样的二阶功在所有的试验条件下均大于 0, 故试样一直保持稳定。

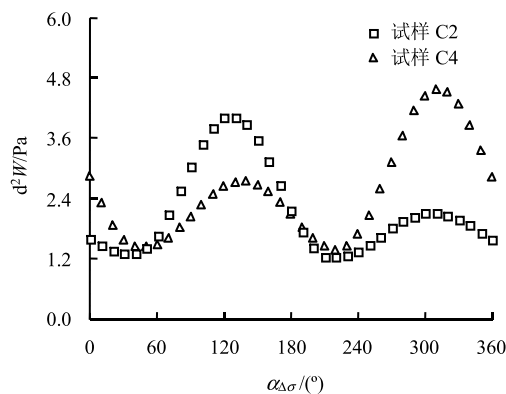
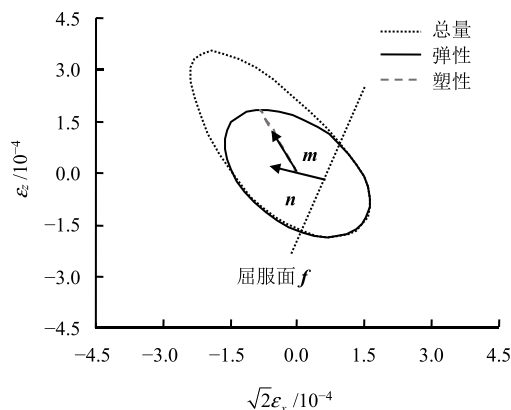


图4 二阶功演化曲线
Fig.4 Evolution of the second order work

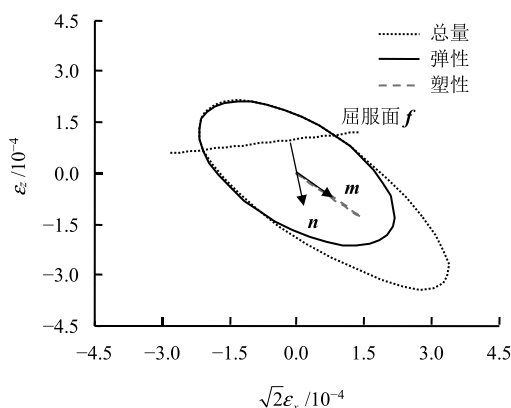
4.3 应变响应包络

试样 C2 和 C4 的应变响应包络曲线如图 5(a)

和 5(b)所示。试样 A 和试样 B 的模拟结果与试样 C1 类似。由图 5 可以得到, 弹性应变响应包络曲线是一个几乎关于原点对称的椭圆, 被包含在总应变响应包络曲线之内, 并有一部分与总应变响应包络曲线重合。而塑性应变响应包络是一条直线, 其塑性流动方向 m 不随加载方向 n 的改变而改变。



(a) 试样 C2 应变响应包络



(b) 试样 C4 应变响应包络

图5 应变响应包络曲线
Fig.5 Strain response envelope

图 6 给出了试样 C2 和 C4 沿 z 轴的塑性剪应变 $\epsilon_q^p = \epsilon_z^p - \epsilon_x^p$ 随 $\alpha_{\Delta\sigma}$ 的演化规律, 据此可以确定出塑性应变发生时的应力状态, 得到在 Rendulic 平面内的屈服面 f 和屈服面的法向 n , 并将其标示在图 5 中。由图 5 可得, 与传统塑性理论, 如修正剑桥模型不同的是, 塑性流动方向 m 和屈服面的法向 n 并不相同, 这与传统塑性理论中屈服面和塑性势面相同的相关联法则不符。对比图 5(a)和 5(b), 可以发现, 试样 C2 和 C4 虽然具有相同的应力状态, 但由于应力历史的不同, 其塑性流动方向与 x 轴夹角不同, 屈服面的法向与 x 轴夹角也不同。这一现象, 用传统的弹塑性模型, 如剑桥模型和修正剑桥模型

是无法描述的。这是因为传统的弹塑性模型中的屈服函数（或塑性势函数）只与试样当前的应力状态和土性基本参数有关，不能直接反映应力历史的影响。如本文中的试样 C2 和 C4 具有相同的应力状态和材料参数，根据修正剑桥模型的预测，两者的增量力学行为应该一致。但是，根据本文的模拟结果，试样 C2 和 C4 的屈服面法向和塑性应变方向与 x 轴夹角均不相同，这就对在本构模型中引入新的状态变量提出要求。

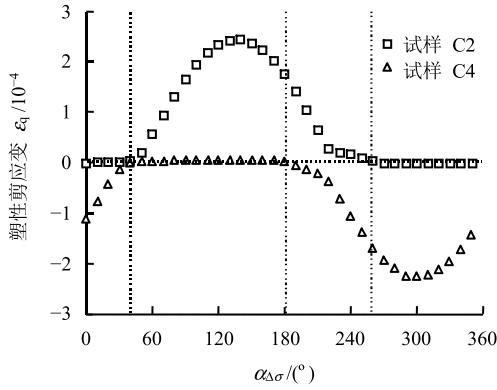


图6 塑性剪应变演化曲线
Fig.6 Evolution of plastic shear strain

由于在模拟中发现，试样 C2 和 C4 虽然具有相同的应力状态和孔隙比，但其组构偏张量的大小 F_q 分别为 0.031 和 0.170。参考试样在沿着等 p' 应力路径加载到 3% 的轴向应变，应力比为 0.79 时的 $F_q = 0.24$ ，可以认为试样 C2 和 C4 的 F_q 大小显著不同。因此，本文认为组构张量作为一个状态变量可以被用来反映应力历史对试样增量力学行为的影响。更为细致的讨论见 4.4 节。

4.4 组构响应曲线

颗粒间接触方向的分布可以用来表征颗粒材料的内结构，即组构。通常采用二阶组构张量 $\mathbf{G}$ 来表征，描述单位法向接触向量在三维空间里的分布特性^[23-24]。组构张量 $\mathbf{G}$ 可以通过下式计算：

$$G_{ij} = \frac{2}{N_p} \sum_{c \in \Omega} n_i^c n_j^c \quad (3)$$

式中： N_p 为集合体中的颗粒总数； Ω 为所有考虑的接触集合； $\mathbf{n}^c$ 为接触 c 处的单位法向量； $i, j = x, y, z$ 。为了能够更加简洁和直观的描述内结构的各向异性，此处取组构张量 $\mathbf{G}$ 的偏斜部分 $\mathbf{F} = \mathbf{G}(\mathbf{I} - \boldsymbol{\delta}_{ij}/3)$ ，其中 $\boldsymbol{\delta}_{ij}$ 为 Kronecker 张量，并将 $\mathbf{F}$ 的大小用如下标量形式表征：

$$\Delta F_q = \Delta F_z - (\Delta F_x + \Delta F_y) / 2 \quad (4)$$

式中： ΔF_q 为组构 $\Delta \mathbf{F}$ 的模； ΔF_x 、 ΔF_y 和 ΔF_z 分别为 x 、 y 、 z 方向上组构的增量。

类似地，剪应变 ε_q 可以表述为

$$\varepsilon_q = \varepsilon_z - (\varepsilon_x + \varepsilon_y) / 2 \quad (5)$$

式中： ε_x 、 ε_y 、 ε_z 分别为 x 、 y 、 z 方向上的应变。

Mehdi 等^[25]基于 Del Piero 等^[26]提出的关于二维各向同性材料的“表现定理”获得了纯弹性条件下组构与应变增量之间的关系。本文试图找到在三维空间中总应变响应包络试验中更常规的应力状态下 $\Delta \varepsilon_q$ 与 ΔF_q 之间的联系。根据“表现定理”，应变增量和组构增量之间的关系可以写为

$$\Delta F_{ij} = \psi_1 \varepsilon_{ij} + \psi_2 \delta_{ij} \quad (6)$$

根据式 (6) 可得

$$\Delta F_q = \psi_1 [\varepsilon_z - (\varepsilon_x + \varepsilon_y) / 2] \quad (7)$$

采用最小二乘法，通过对剪应变的演化曲线拟合，可以得到式 (7) 中的待定系数 ψ_1 以及拟合相关性系数 R^2 。图 7 给出了不同围压、不同应力比和不同应力历史情况下 ΔF_q 演化的原始曲线和根据剪应变的拟合曲线。图 7(a)、7(b)、7(c)、7(d)、7(e)、7(f) 分别对应试样 A、B、C1、C2、C3、C4，其初始应力状态和应力历史已在 4.1 节给出，此处不再赘述。由图 7 可得，无论在哪一种工况条件下，组构增量和剪应变之间具有很强的线性关系。对比图 7(a)、7(b)、7(d) 可得，该线性系数随着围压的增大而减小。对比图 7(d)、7(f) 可得，当试样具有相同的围压、应力比和孔隙比时，即使具有不同的应力历史，拟合得到的线性系数也几乎相同。对比图 7(c)、7(d)、7(e) 可得，应力比对线性系数没有显著影响。由于组构偏张量的大小能较好地量化砂土内结构各向异性，进而表征应力历史的作用，基于本文的模拟结果，建议在本构方程中引入组构演化机制，并假设组构增量与剪应变增量线性相关，且线性系数随着围压的增大而减小。

为了研究砂土颗粒级配对线性系数的影响，本文增加了两组和试样 C2 平均粒径 d_{50} 相同但不均匀系数不同的试样 D1 和 D2 的应变响应包络试验。试样的相关信息如表 3 所示，级配曲线如图 8 所示，组构响应曲线见图 9。对比图 9(a)、9(b)、图 7(d)，当孔隙比和颗粒平均半径相同时，不均匀系数对线性拟合系数并无显著影响。此外，本文没有考虑颗粒破碎的影响。Ciantia 等^[27]采用离散元方法进行了考虑颗粒破碎条件下的砂土应变响应包络试验。试

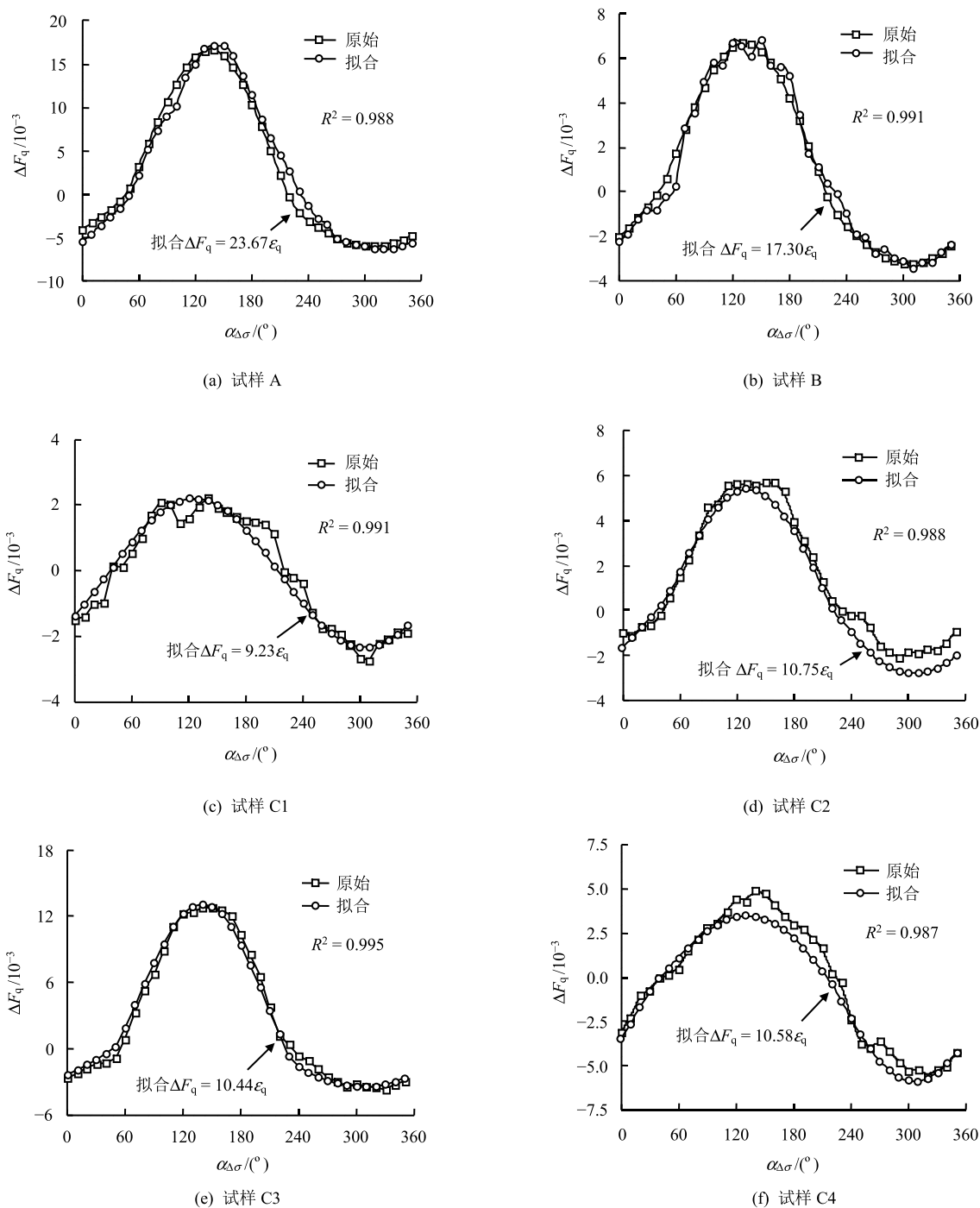


图7 组构增量的原始和拟合曲线

Fig.7 Original and fitting curves of fabric increments

验发现颗粒破碎会显著增大试样的塑性体积应变,但没有得到组构的响应曲线与应变响应曲线之间的关系。由于前文通过对比图 7(a)、7(b)、7(d)已经得到,对于具有相同相对密度的砂土试样,围压对组构演化影响显著,换言之,当围压相同时,砂土材料的密实程度将会显著影响组构响应与应变响应之间的线性系数。因此,在考虑颗粒破碎的模型中,由于更大的塑性体积变形,组构响应曲线和应变响应曲线之间线性系数将会不断变化,本文的结论可

能不再合适。

表3 不同颗粒级配的应变响应包络试验

Table 3 Summary of strain response envelope tests with different particle size distributions(PSD)

编号	围压 p' /kPa	应力比 η	平均粒径 d_{50} /mm	不均匀系数 C_u	相对密度 D_r
D1	500	0.4	0.28	1.00	0.671
C2	500	0.4	0.28	1.51	0.669
D2	500	0.4	0.28	2.57	0.660

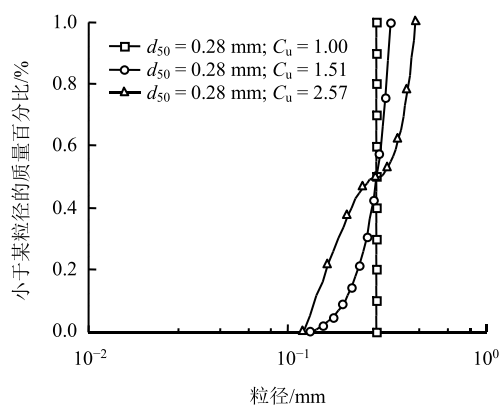
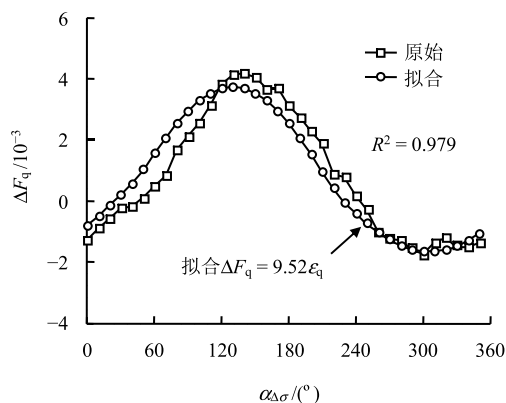
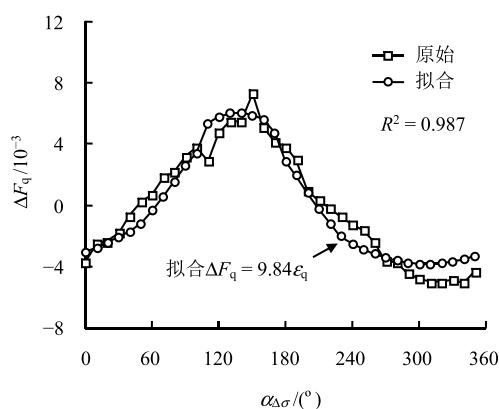


图8 三种不同试样的级配曲线

Fig.8 Particle size distributions of three types of sand for strain response envelope tests



(a) 试样 D1



(b) 试样 D2

图9 组构增量的原始和拟合曲线

Fig.9 Original and fitting curves of fabric increments

5 结 论

(1) 在应变响应包络试验中, 发现试样的屈服面法向和塑性流动方向不同, 屈服面和塑性势面不能采用同一函数描述, 说明颗粒材料是非关联材料。

(2) 对于两个具有相同应力状态, 相同孔隙比, 但具有不同应力历史的试样, 其塑性流动方向不相同, 屈服面的法向也不同。这是因为传统的弹塑性模型中的屈服函数和塑性势函数只与砂土当前的应力状态和土性基本参数有关, 不能反映应力历史的影响。这对在本构模型中引入新的内变量描述应力历史的作用, 提出了要求。

(3) 在不同应力条件、应力历史和颗粒级配等多种不同的试验条件下, 基于颗粒间接触法向的组构增量和剪应变增量演化曲线均具有较强的线性关系。当试样具有相同的密实度时, 线性系数仅随着围压的增大而减小, 但与应力比和应力历史的改变均无显著变化。此外, 当砂土材料具有相同的孔隙比和平均粒径时, 不均匀系数的改变对拟合曲线的线性系数并无显著影响。

由于组构的大小可以较好地量化砂土的内结构各向异性, 用作定量描述应力历史的影响, 上述模拟结果为在本构建模中引入组构演化机制, 综合反映外荷载和内结构各向异性对砂土增量本构关系的影响提供了较好的微观物理依据。

参 考 文 献

- [1] DARVE F, LABANIEH S. Incremental constitutive law for sands and clays: simulations of monotonic and cyclic tests[J]. *International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics*, 2010, 6(2): 243-275.
- [2] DUNCAN J M. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1970, 96(5): 1629-1653.
- [3] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay[C]//*Proceedings of Symposium on Engineering Plasticity*. Cambridge: Cambridge University Press, 1968.
- [4] BAUER E. Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular materials[J]. *Soils and Foundations*, 1996, 36(1): 13-26.
- [5] GUDEHUS G A. comparison of some constitutive laws for soils under radially symmetric loading and unloading[C]//*Proceedings of International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*. Aachen: [s. n.], 1979.
- [6] HUANG W X, WU W, SUN D A. A simple hypoplastic model for normally consolidated clay[J]. *Acta Geotechnica*, 2006, 1(1): 15-27.
- [7] ROYIS P, DOANH T. Theoretical analysis of strain

- response envelopes using incrementally nonlinear constitutive equations[J]. **International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics**, 1998, 22(2): 97-132.
- [8] TAMAGNINI C, CALVETTI F, VIGGIANI G. An assessment of plasticity theories for modeling the incrementally nonlinear behavior of granular soils[J]. **Journal of Engineering Mathematics**, 2005, 52: 265-291.
- [9] WAUTIER A, BONELLI S, NICOT F. Micro-inertia origin of instabilities in granular materials[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2018, 42(9): 1037-1056.
- [10] CIANTIA M O, ARROYO M, CALVETTI F, et al. A numerical investigation of the incremental behavior of crushable granular soils[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2016, 40(13): 1773-1798.
- [11] 黄文雄, 沈建. 基于应力响应包络的土体典型本构模型比较[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(3): 508-515.
HUANG Wen-xiong, SHEN Jian. Comparison among some typical constitutive models for soils based on stress response envelopes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2012, 34(3): 508-515.
- [12] 李相崧. 饱和土弹塑性理论的数理基础——纪念黄文熙教授[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(1): 1-33.
LI Xiang-song. Physical and mathematical bases of elastoplastic theories on saturated soils—in memory of professor HUANG Wen-xi[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(1): 1-33.
- [13] 蒋明镜, 张安, 付昌, 等. 各向异性砂土宏观特性三维离散元分析[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(12): 2165-2172.
JIANG Ming-jing, ZHANG An, FU Chang, et al. Macro and micro-behaviors of anisotropy granular soils using 3D DEM simulation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2017, 39(12): 2165-2172.
- [14] 李相崧, 李霞. 孔隙组构与砂土特性——相变, 临界状态及液化[C]//第一届全国岩土本构理论研讨会论文集, 北京: 中国学术期刊电子出版社, 2008.
LI Xiang-Song, LI Xia. Void fabric and sand response—phase transformation, critical state, and liquefaction[C]//Proceedings of the First National Conference on Soil Mechanics and Constitutive modeling, Beijing: China academic journal Electronic Publishing House, 2008.
- [15] LI X S, DAFALIAS Y F. Anisotropic critical state theory: role of fabric[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2012, 138(3): 263-275.
- [16] 明海燕, 李相崧, DAFALIAS Y F. 砂土内在各向异性的本构模拟[J]. 深圳大学学报(理工版), 2007, 24(4): 331-338.
MING Hai-yan, LI Xiang-song, DAFALIAS Y F. Constitutive modeling of intrinsic anisotropy of sand[J]. **Journal of Shenzhen University of Science and Engineering**, 2007, 24(4): 331-338.
- [17] Itasca Consulting Group, Inc. PFC3D (particle flow code in three dimensions), Version 5.0[M]. Minneapolis: ICG, 2014.
- [18] YANG Z X, YANG J, WANG L Z. Micro-scale modeling of anisotropy effects on undrained behavior of granular soils[J]. **Granular Matter**, 2013, 15(5): 557-572.
- [19] THORNTON C, CUMMINS S J, CLEARY P W. An investigation of the comparative behaviour of alternative contact force models during elastic collisions[J]. **Powder Technology**, 2011, 210(3): 189-197.
- [20] LI X. Micro-scale investigation on the quasi-static behaviour of granular material[D]. Hong Kong: The Hong Kong University of Science and Technology, 2006.
- [21] CALVETTI F, VIGGIANI G, TAMAGNINI C. A numerical investigation of the incremental behavior of granular soils[J]. **Rivista Italiana di Geotecnica**, 2003, 37(3): 11-29.
- [22] HILL R. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1958, 6(3): 236-249.
- [23] ODA M. Mechanics of granular materials: an introduction [M]. Rotterdam: A. A. Balkema, 1999.
- [24] KANATANI K I. Distribution of directional data and fabric tensors[J]. **International Journal of Engineering Science**, 1984, 22(2): 149-164.
- [25] MEHDI P, KRUYT N P, RICHARD W. Fabric response to strain probing in granular materials: two-dimensional, isotropic systems[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2019, 156-157: 251-262.
- [26] DEL PIERO G. Representation theorems for hemitropic and transversely isotropic tensor functions[J]. **Journal of Elasticity**, 1998, 51(1): 43-71.
- [27] CIANTIA M O, ARROYO M, CALVETTI F G A. A numerical investigation of the incremental behavior of crushable granular soils[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2016, 40(13): 1773-1798.